



## Atenuação do *ground-roll* utilizando filtros binomiais

Cristian Ariza\*, CPGG/IGEO/UFBA, Milton J. Porsani, CPGG/IGEO/UFBA & INCT-GP/CNPq/Brazil

Copyright 2015, SBGf - Sociedade Brasileira de Geofísica.

This paper was prepared for presentation at the 14<sup>th</sup> International Congress of the Brazilian Geophysical Society, held in Rio de Janeiro, Brazil, August 03-06, 2015.

Contents of this paper were reviewed by the Technical Committee of the 14<sup>th</sup> International Congress of The Brazilian Geophysical Society and do not necessarily represent any position of the SBGf, its officers or members. Electronic reproduction or storage of any part of this paper for commercial purposes without the written consent of The Brazilian Geophysical Society is prohibited.

### Abstract

**The ground-roll is a type of noise normally associated with land seismic data. It strongly harms the signal noise ratio, and interferes in various stages of the seismic data processing, affecting the final quality of the obtained seismic images. In this paper we use the binomial filters, built from the convolution of pairs of dipoles  $\{1, 1\}$  and  $\{1, -1\}$  for the attenuation of the ground-roll. This type of binomial filtering method is very similar to the method of Haar Transform. It allows for the decomposition of signals in frequency bands from the lowest to the highest. Its implementation and use in the processing of seismic data, is relatively simple and computationally efficient.**

### Introdução

O método sísmico de reflexão utiliza a propagação da onda sísmica em subsuperfície com objetivo de delinear estruturas geológicas. É o método mais utilizado na indústria do petróleo por sua capacidade de registrar reflexões associadas a refletores situados a alguns quilômetros de profundidade.

Dados sísmicos terrestres geralmente apresentam baixa razão sinal-ruído devido, entre outros fatores, à presença do *ground-roll* (ondas superficiais do tipo Rayleigh). Cerca de dois terços da energia total gerada pela fonte sísmica, corresponde a ondas Rayleigh. As principais características do *ground-roll* (Yilmaz, 1987) são: (i) dominado por altas amplitudes; (ii) baixas frequências (10 Hz); (iii) baixas velocidades (entre 100 a 1000 m/s); (iv) dispersivo, e (v) apresenta-se na forma de ruído linear e coerente com mergulho acentuado nos sismogramas representados do domínio  $x-t$ . O *ground-roll* se sobrepõe às reflexões e cria problemas para as diversas etapas do processamento sísmico (análise de velocidades, empilhamento), comprometendo a qualidade final da imagem sísmica obtida.

Há muitos e variados métodos de filtragem, entre os quais (Yilmaz, 1987): Filtro corta-baixas, Filtragem no domínio  $f-k$  (frequência temporal-frequência espacial), Transformada de wavelet unidimensional, Transformada de wavelet bidimensional, Transformada S, Balanceamento espectral, filtragem SVD (decomposição em valores singulares) (Porsani, 2010), Transformada  $\tau-\rho$  (slant-stack ou ainda transformada Radon). Cada uma com suas

próprias vantagens e desvantagens.

Nós usamos a filtragem com operadores binomiais, que permitem a decomposição e reconstrução perfeita do sinal, este método é amplamente justificado por Akansu (1993) e Vetterli (1992).

A seguir apresentamos o procedimento utilizado para construção dos operadores binomiais assim como as principais propriedades associadas.

### Decomposição binomial

Consideremos o sinal discreto de  $M$  amostras representado por  $\{S_n\} = \{s_0, \dots, s_{M-1}\}$ . Este sinal pode ser decomposto em 2 sinais,  $\{B_n\}$  e  $\{A_n\}$ , com  $M+1$  amostra, com elementos  $b_n$  e  $a_n$  dados por  $b_n = \frac{s_n + s_{n-1}}{2}$  e  $a_n = \frac{s_n - s_{n-1}}{2}$ .  $\{B_n\}$  e  $\{A_n\}$  correspondem, respectivamente, à média aritmética e a derivada primeira, entre amostras vizinhas, do sinal original. Se  $\{B_n\}$  e  $\{A_n\}$  são somados, o sinal original é restituído completamente.

Aplicar decomposição binária de ordem 1 ( $N=1$ ), equivale a fazer a convolução da sinal original com os seguintes dipolos,  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$  e utilizar o fator de escala  $1./2^N = 2$ . Estes operadores atuam como um filtro passa-baixa e um filtro passa-alta respectivamente (Figura 1). Os operadores binários podem ser reaplicados a cada

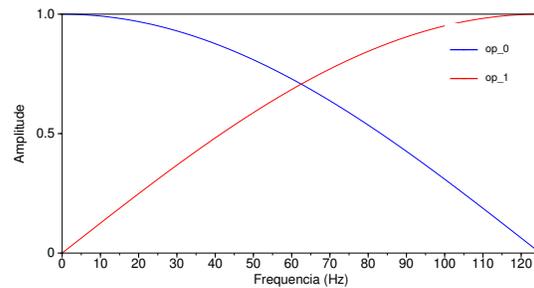


Figura 1: Espectros de amplitude dos operadores  $(1, 1)$  e  $(1, -1)$ , o seja  $N = 1$  ( $ns=1001$ , *zero padding*,  $dt=4ms$ ).

componente  $\{B_n\}$  e  $\{A_n\}$ . De forma equivalente podemos ampliar os operadores binários e convolvê-los diretamente sobre o sinal original  $\{S_n\}$ . Os operadores binários de ordem 2 são:

$$\begin{aligned} \{x_n^1\} &= \left\{ \frac{1}{2^2} (1, 1) * (1, 1) \right\} = \frac{1}{4} (1, 2, 1) \\ \{x_n^2\} &= \left\{ \frac{1}{2^2} (1, 1) * (1, -1) \right\} = \frac{1}{4} (1, 0, -1) \\ \{x_n^3\} &= \left\{ \frac{1}{2^2} (1, -1) * (1, 1) \right\} = \frac{1}{4} (1, 0, -1) \\ \{x_n^4\} &= \left\{ \frac{1}{2^2} (1, -1) * (1, -1) \right\} = \frac{1}{4} (1, -2, 1) \end{aligned} \quad (1)$$

Como temos dois operadores iguais,  $\{x_n^2\} = \{x_n^3\}$ , teremos duas componentes iguais,  $AB = BA$ . Os operadores binomiais de ordem 2 podem ser agrupados nas colunas da matriz

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_0^T \\ \mathbf{y}_1^T \\ \mathbf{y}_2^T \end{bmatrix} = [\mathbf{x}_0 \quad \mathbf{x}_1 \quad \mathbf{x}_2] \quad (2)$$

Notamos que as linhas e as colunas da matriz  $\mathbf{X}$  são ortogonais,  $\mathbf{y}_i^T \mathbf{x}_j = 0$ , para  $i \neq j$  e igual a  $2^N$  para  $i = j$ .

$$\mathbf{X}^2 = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

Esta propriedade é particularmente importante na decomposição e filtragem de sinais. Notamos que, a menos de um fator de escala,  $2^N$ , a matriz  $\mathbf{X}$  é o inverso dela própria, já que o produto dela por ela mesma gera uma matriz diagonal. Esta propriedade fornece  $N + 1$  possibilidades de decompor o sinal original, cada uma relacionada a uma coluna particular da matriz  $\mathbf{X}$ . O sinal pode ser decomposto ou restituído como combinação linear de componentes, obtidas através da convolução do sinal original com as colunas da matriz  $\mathbf{X}$ . Cada componente,  $\{\tilde{S}_n^j\} = \{X_n^j\} * \{S_n\}$ , deve ser escalonada pelo coeficiente  $x_n^j$  do operador binomial  $\{X_n^j\}$  utilizado (coluna  $j$  da matriz  $\mathbf{X}$ ). Este procedimento permite obter o sinal original deslocado para a posição  $\{\tilde{S}_n\} = \{S_n\} * \{\delta_{n-j}\}$ . Para recuperar o sinal na posição inicial basta atrasá-lo de  $j$  amostras.

Exemplificando para  $N = 2$ . Convolvendo o sinal  $\{S_n\}$  com as colunas da matriz  $\mathbf{X}$  (eq. 2) e aplicando o fator de escala  $\{X_n^0\} = \{\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{1}{4}\}$ , conforme descrito acima, obtemos,

$$\begin{aligned} \{R_n\} &= \{S_n\} * \{\frac{1}{4}X_n^0\} + \{S_n\} * \{\frac{2}{4}X_n^1\} + \{S_n\} * \{\frac{1}{4}X_n^2\} \\ &= \{S_n\} * \{\delta_n\} \\ &= \{S_n\} \end{aligned} \quad (3)$$

Se utilizarmos os coeficientes da coluna  $k$ ,  $\{X_n^k\}$ , para ponderar os operadores  $\{X_n^j\}$ , a soma de todos os operadores binomiais,  $\{\tilde{X}_n^j\}$ , geram  $\{\delta_{n-k}\}$ , permitindo igualmente recuperar o sinal original, porém deslocado de  $k$  amostras.

Este processo de decomposição binária pode continuar indefinidamente, permitindo recompor o sinal original a cada nível intermediário, para uma decomposição de ordem  $N$  podemos obter  $N + 1$  componentes  $\{\tilde{S}_n^j\}$ , distribuídas, desde a banda de frequência mais baixa até a mais alta,  $\{\tilde{S}_n^0, \tilde{S}_n^1, \dots, \tilde{S}_n^N\}$ .

A componente de mais baixa frequência é obtida com o operador de integração de ordem  $N$  (primeira coluna da matriz dos operadores), e a de mais alta frequência com o operador de derivada de ordem  $N$  (última coluna da matriz dos operadores). As componentes associadas às bandas de frequência intermediárias corresponderiam aos operadores mistos, envolvendo integração de ordem  $N - r$  e diferenciação de ordem  $r$ .

Para o caso particular em que a matriz  $\mathbf{X}$  possui número ímpar de colunas, e utilizarmos a coluna central  $k = N/2$  para a ponderação, a recuperação completa da sinal é possível com apenas os operadores pares  $(0, 2, 4, \dots, N)$ . Neste caso o sinal restituído (ou filtrado) ocorrerá deslocado  $N/2$  amostras.

Seguindo (Akansu et al, 2001), utilizando Transformada Z, a obtenção dos operadores (da matriz  $\mathbf{X}$ ) para qualquer nível  $N$  de decomposição é calculado como segue,

$$\begin{aligned} X_0(z) &= (1 + z^{-1})^N \\ X_r(z) &= (1 + z^{-1})^r (1 + z^{-1})^{N-r} \end{aligned} \quad (4)$$

que pode ser expresso na forma:

$$X_r(z) = (1 + z^{-1})^r (1 + z^{-1})^{N-r} = \frac{(1 - z^{-1})}{(1 + z^{-1})} X_{r-1}(z) \quad (5)$$

e no domínio do tempo (ou espaço):

$$x_{r+1}(k) = -x_{r-1}(k-1) + x_r(k) - x_r(k-1) \quad (6)$$

Com valores iniciais  $x_{r-1}(-1) = 0$  para  $0 \leq r \leq N$ , e  $x_0(k) = \binom{N}{k}$  onde  $\binom{N}{k} = \frac{N!}{(N-k)!k!}$  não sendo necessário realizar qualquer multiplicação. Esta sequência é chamada de *Binomial-Hermite sequences* (Akansu et al, 2001), que é ortogonal em  $[0, N]$  com relação à seguinte função de ponderação:

$$\sum_{k=0}^N x_r(k) x_s(k) \binom{N}{k}^{-1} = \binom{N}{r}^{-1} 2^N \delta_{r-s} \quad (7)$$

Esta última equação é a contrapartida discreta para a família *ortogonal-Hermite* de tempo contínuo na teoria das probabilidades. A resposta em frequência do elemento  $r$  da família binomial é:

$$X_r(z) = X_r(e^{j\theta}) = A_r(\theta) e^{j\Psi_r(\theta)} \quad (8)$$

onde:

$$A_r(\theta) = (2^N) \left( \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \right)^r (\cos\theta)^{N-r} \quad (9)$$

$$\Psi_r(\theta) = \frac{r\pi}{2} - \frac{N\theta}{2} \quad (10)$$

Para  $0 \leq r \leq N$ . Os filtros binomiais são um filtro de espelho de quadratura de fase linear. Da equação 8, os filtros complementares  $X_r$  e  $X_{N-r}$  tem uma resposta em magnitude com simetria em torno de  $\theta = \pi/2$

$$\left| X_r \left( e^{j\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)} \right) \right| = \left| X_{N-r} \left( e^{j\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)} \right) \right| \quad (11)$$

e no domínio do tempo, a simetria corresponde a:

$$\begin{aligned} x_{N-r}(n) &= (-1)^N x_r(n) \\ x_r(N-n) &= (-1)^r x_r(n) \end{aligned} \quad (12)$$

## Resultados

Descomposições foram testados a diferentes níveis. A seguir apresentamos os resultados para  $N = 7$ . em seguida, a matriz de operadores  $\mathbf{X}$ , gerada pelas equações 6,

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 7 & 5 & 3 & 1 & -1 & -3 & -5 & -7 \\ 21 & 9 & 1 & -3 & -3 & 1 & 9 & 21 \\ 35 & 5 & -5 & -3 & 3 & 5 & -5 & -35 \\ 35 & -5 & -5 & 3 & 3 & -5 & -5 & 35 \\ 21 & -9 & 1 & 3 & -3 & -1 & 9 & -21 \\ 7 & -5 & 3 & -1 & 1 & 3 & -5 & 7 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

para este caso pode ser visto que  $\mathbf{X}^2 = 2^7 \mathbf{I}$ , onde  $\mathbf{I}$  é a matriz identidade. Ao longo da colunas de 0-7, pode ser visto que os operadores ( $x_0, x_2, x_4 \dots$ ) são simétricos e operadores ( $x_1, x_3, x_5 \dots$ ) são antissimétricos, com relação a linha horizontal mediana da matriz. Ponderando as colunas da matriz  $\mathbf{X}$ , com a primeira coluna obtemos a matriz de  $\tilde{\mathbf{X}}$ , resulta,

$$\begin{bmatrix} 0.0078 & 0.0547 & 0.1641 & 0.2734 & 0.2734 & 0.1641 & 0.0547 & 0.0078 \\ 0.0547 & 0.2734 & 0.4922 & 0.2734 & -0.2734 & -0.4922 & -0.2734 & -0.0547 \\ 0.1641 & 0.4922 & 0.1641 & -0.8203 & -0.8203 & 0.1641 & 0.4922 & 0.1641 \\ 0.2734 & 0.2734 & -0.8203 & -0.8203 & 0.8203 & 0.8203 & -0.2734 & -0.2734 \\ 0.2734 & -0.2734 & -0.8203 & 0.8203 & 0.8203 & -0.8203 & -0.2734 & 0.2734 \\ 0.1641 & -0.4922 & 0.1641 & 0.8203 & -0.8203 & -0.1641 & 0.4922 & -0.1641 \\ 0.0547 & -0.2734 & 0.4922 & -0.2734 & -0.2734 & 0.4922 & -0.2734 & 0.0547 \\ 0.0078 & -0.0547 & 0.1641 & -0.2734 & 0.2734 & -0.1641 & 0.0547 & -0.0078 \end{bmatrix}$$

Notamos que a matriz é simétrica e que soma das colunas resultam na unidade (delta). Outras propriedades de simetria e anti-simetria existem com relação às co-digonais secundárias.

Para fazer uma análise da ortogonalidade dos operadores obtemos,  $\tilde{\mathbf{X}}^T \tilde{\mathbf{X}}$ , o que resulta em uma matriz que tem dupla simetria (com respeito à diagonal principal e à diagonal secundária), e tem uma forma tipo "tabuleiro de xadrez". Pode-se concluir que cada operador é ortogonal aos seus vizinhos mais próximo e depois a cada dois operadores:

$$\begin{bmatrix} 0.2095 & 0.0 & -0.3384 & 0.0 & 0.1538 & 0.0 & -0.0171 & 0.0 \\ 0.0 & 0.7896 & 0.0 & -1.0767 & 0.0 & 0.3589 & 0.0 & -0.0171 \\ -0.3384 & 0.0 & 1.9380 & 0.0 & -1.7944 & 0.0 & 0.3589 & 0.0 \\ 0.0 & -1.0767 & 0.0 & 2.9907 & 0.0 & -1.7944 & 0.0 & 0.1538 \\ 0.1538 & 0.0 & -1.7944 & 0.0 & 2.9907 & 0.0 & -1.0767 & 0.0 \\ 0.0 & 0.3589 & 0.0 & -1.7944 & 0.0 & 1.9380 & 0.0 & -0.3384 \\ -0.0171 & 0.0 & 0.3589 & 0.0 & -1.0767 & 0.0 & 0.7896 & 0.0 \\ 0.0 & -0.0171 & 0.0 & 0.1538 & 0.0 & -0.3384 & 0.0 & 0.2095 \end{bmatrix}$$

Esses operadores são mostrados na Figuras 2a e 2b). Figura 2b os operadores estão normalizados, para fins de visualização. Na Figura 3, apresentamos a matriz dos operadores para  $N = 30$ . Os espectros de amplitude dos operadores são mostrados na Figura 4.

A convolução do sismograma (traço a traço) com cada um desses operadores  $\{X_n^j\}$  resultará em 8 sismogramas com diferente conteúdo frequencial, desde a mais baixa frequência até a mais alta, (ver Figura 11). Na Figura 5, é mostrado o espectro de amplitude médio dos sismogramas filtrados com os respectivos operadores. A soma destes 8 sismogramas reconstruem o sismograma original.

A Figura 6 mostra que os espectros de amplitude dos sismogramas original e recuperado são iguais, ficando sobrepostos.

Para a atenuação do *ground-roll*, podemos efetuar uma soma parcial das sub-imagens. A Figura 12b ilustra o resultado da soma das sub-imagens 4 a 8. Observa-se uma boa atenuação do *ground-roll*.

Na Figura 7, são apresentados os espectros do sismograma original, o recuperado (com sismogramas

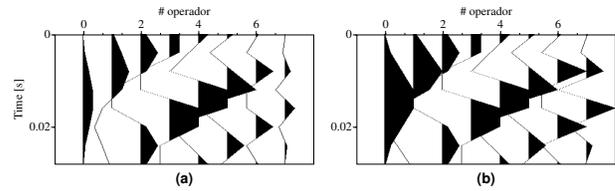


Figura 2: Operadores para  $N = 7$ . a) Originais. b) Normalizados para fins de visualização.

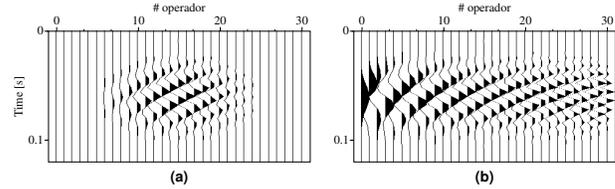


Figura 3: Operadores para  $N = 30$ . a) Originais. b) Normalizados para fins de visualização.

4-8) e o resíduo (com sismogramas 1-3). Observa-se que o sismograma recuperado, uma amplificação das frequências médias e altas, à custa de baixas frequências. O processamento adicional pode ser realizado em cada sub-imagem, a qualquer nível de decomposição, o que torna o método muito versátil.

Outra opção para atenuar *ground-roll*, poderia ser, por exemplo, com  $N = 15$ , e só utilizarmos o operador 5. O resultado é mostrado na Figura 12c. A Figura 8 apresenta os espectros de amplitude.

Outra opção, por exemplo, com  $N = 8$  e utilizando a coluna central da matriz inversa para ponderar os operadores da matriz  $\{X_n^{N/2}\}$ , o qual faz com que tenhamos apenas 5 (de 9) operadores não nulos.

A Figura 9 mostra o espectro de amplitude desses operadores. Nota-se que esses espectros são adicionados, resultando é um espectro plano, recuperando o sinal sem amplificar qualquer banda de frequência particular.

A Figura 10 mostra os 5 espectros em amplitude dos sismogramas obtidos com o método de filtragem binomial. Nota-se que  $S_2$  tem um espectro na região de nosso interesse (30 Hz) (Yilmaz, 1987) com boa atenuação do *ground-roll*. A Figura 12d é mostrado o sismograma original e o sismograma  $S_2$ .

## Conclusões

A implementação do banco dos filtros binomiais em qualquer nível, permite a reconstrução perfeita dos sismogramas. Qualquer processamento adicional pode ser realizado em qualquer um das sub-imagens, o que torna o método muito versátil. A geração de operadores binomiais (filtros) envolve apenas a convolução de dipolos e seu uso na filtragem de dados sísmicos é consideravelmente simples e computacionalmente eficiente. O método de decomposição binomial de sinais, que também poderia ser denominado de Transformada Binomial, é inversível, permitindo a recuperação exata do sinal original. Os resultados obtidos na filtragem do *ground-roll* ilustram a aplicabilidade da filtragem binomial no processamento de dados sísmicos.

**Agradecimentos**

Agradecemos a FAPESB, INCT-GP/CNPq e PETROBRAS pelo apoio financeiro e ao CPGG/IGEO/UFBA pela infraestrutura disponibilizada para a realização da pesquisa.

**Referências**

Akansu, Ali N., Haddad, 2001, Multiresolution Signal Decomposition: Transforms, Subbands, and Wavelets. Second Edition, Academic Press.

Porsani, M. J., Silva, M. G, Melo, P. E, Ursin, B. (2010) SVD filtering applied to ground-roll attenuation. Journal of Geophysics and Engineering.

Akansu, Ali N., Haddad, Richard A., Caglar, Hakan., 1993, The binomial QMF-Wavetel transform for multiresolution signal decomposition. IEEE Transaction on sinal processing, vol 41. NO. 1, P13-P19

Vetterli, Martin. and Herley, Commac., 1992, Wevelet and filter Banks: theory and desing. IEEE Transaction on sinal processing, vol 40. NO. 9, P2207-P2232

Yilmaz, Ö., 1987, Seismic data processing: SEG, Tulsa.

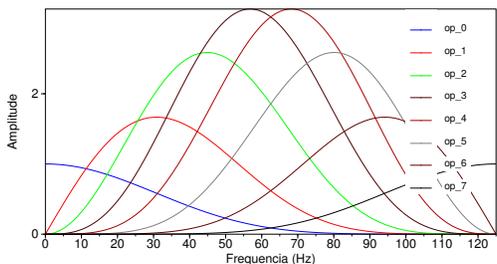


Figura 4: Espectros de amplitude dos operadores binomiais para nível de decomposição  $N = 7$ ,  $ns=1001$  (Zero padding),  $dt=4$  ms.

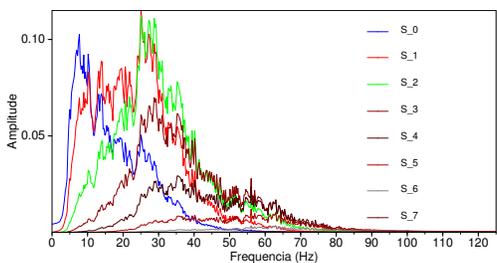


Figura 5: Espectros de amplitude dos 8 sismogramas filtrados individualmente,  $N = 7$ .

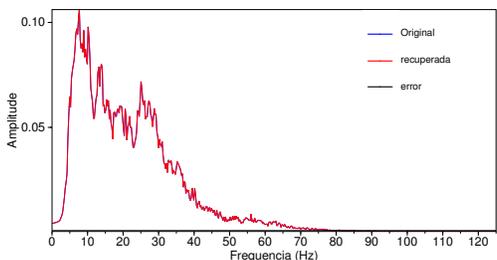


Figura 6: Sobreposição de espectros de amplitude. Original e recuperado com todas as sub-imagens e o erro entre elas (linha preta no fundo do gráfico).

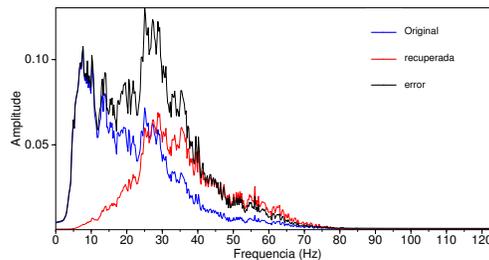


Figura 7: Espectros de amplitude do sismograma original e recuperado utilizando os operadores 4 a 8 e do resíduo.

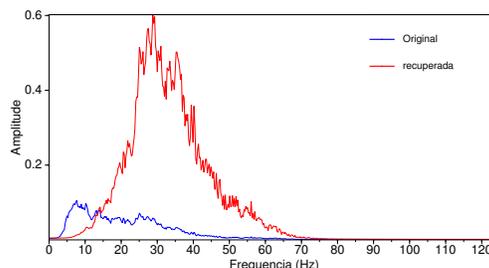


Figura 8: Espectros de amplitude do sismograma original, o recuperado utilizando o operador 5, e  $N = 15$ .

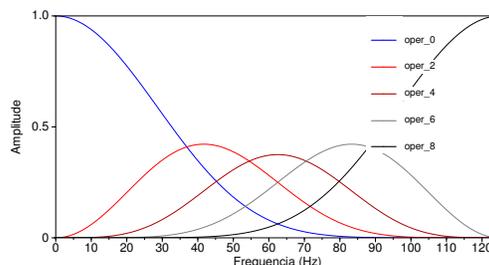


Figura 9: Espectros de amplitude dos operadores para  $N = 8$ , utilizando a coluna central da matriz inversa para a ponderação.

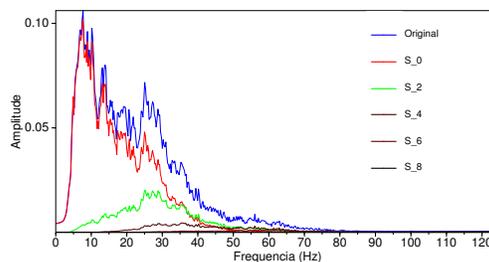


Figura 10: Espectros de frequência em amplitude dos sismogramas produto da decomposição para  $N = 8$  utilizando a coluna central da matriz inversa para a ponderação.

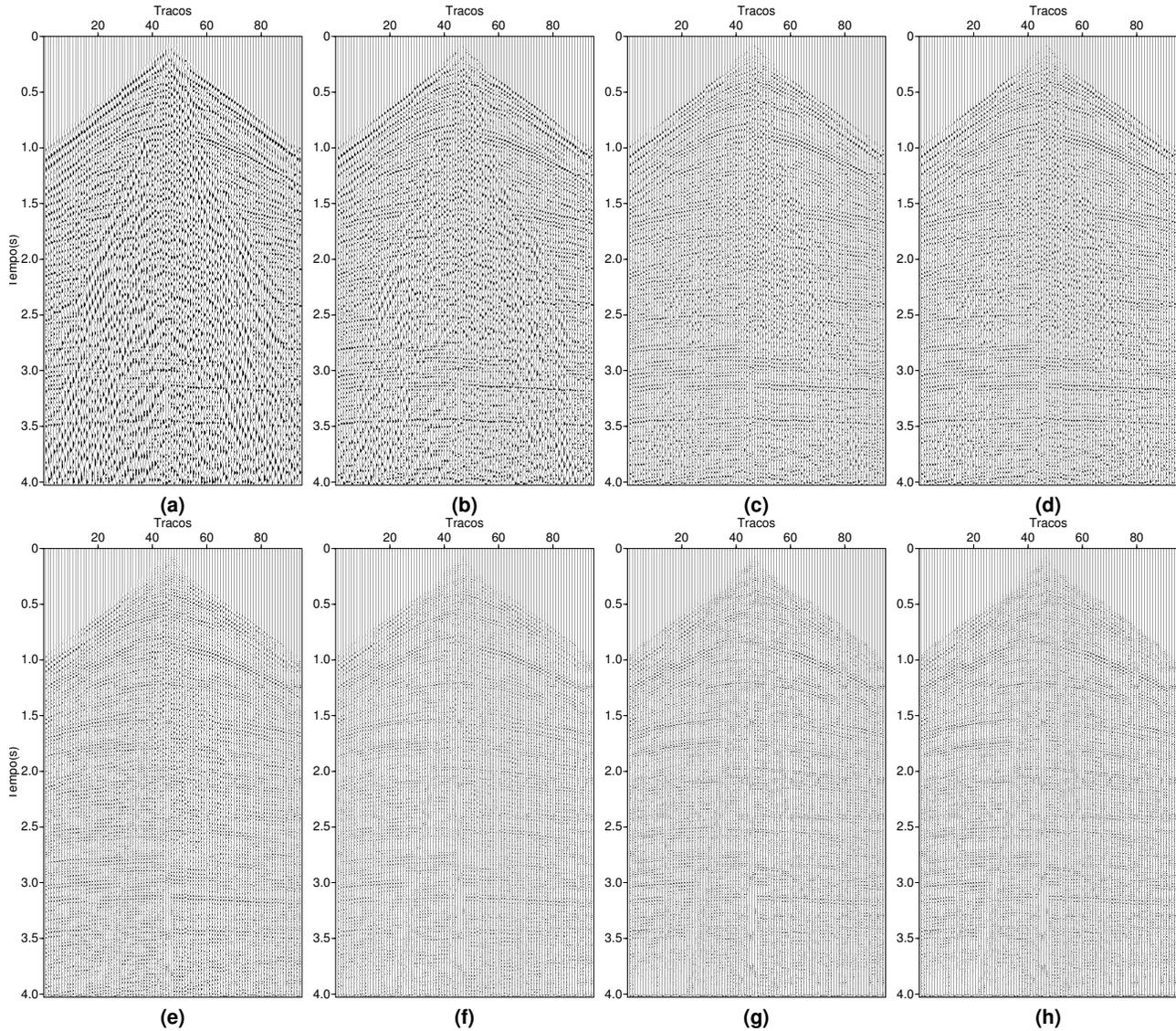


Figura 11: 8 sismogramas, corresponde à decomposição binomial  $N = 7$ . Cada sismograma tem conteúdo freqüencial diferente, desde a freqüência mais baixa (a) para a freqüência mais alta (h).

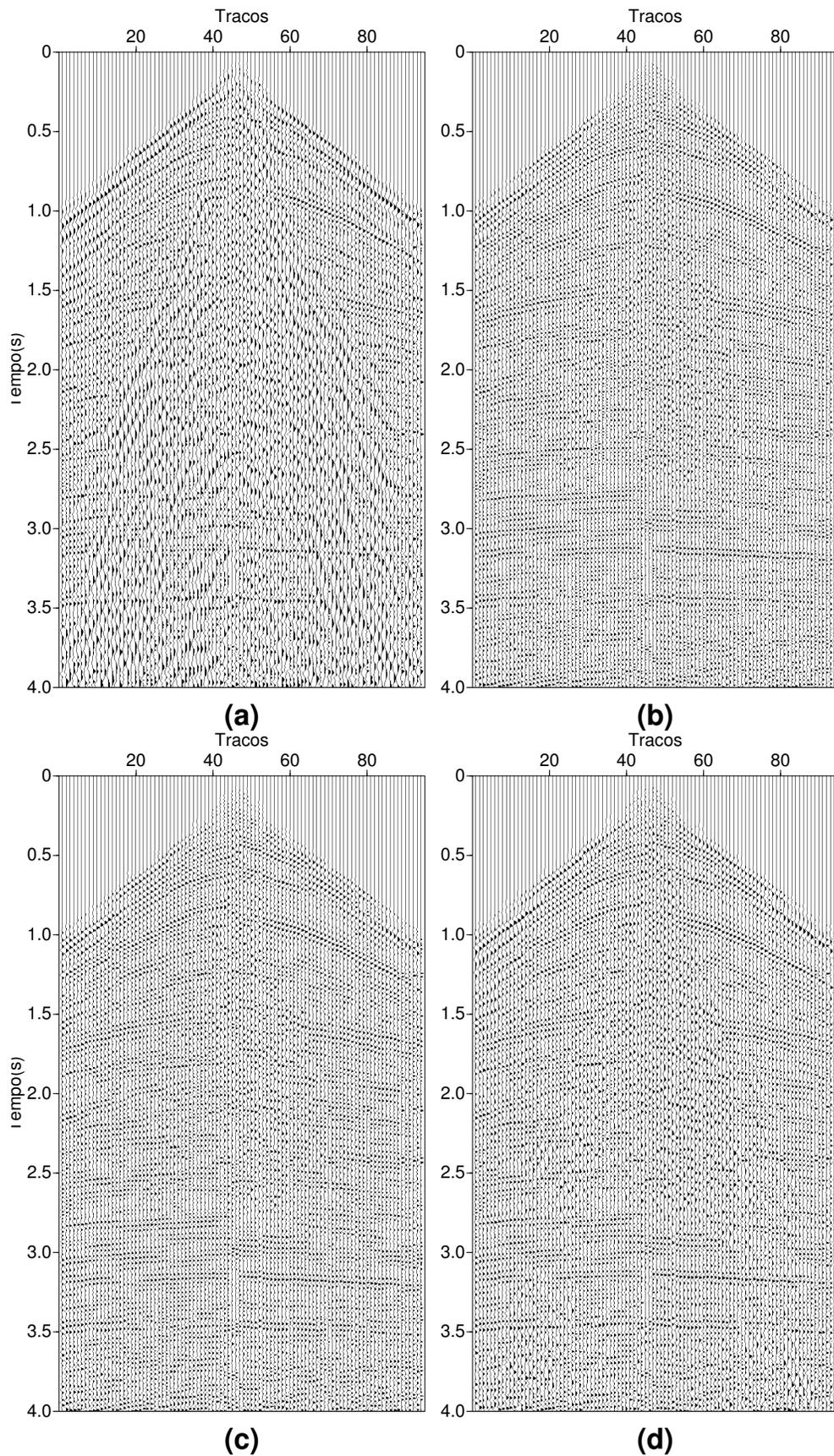


Figura 12: (a) Sismograma original. (b) Recuperado com os sismogramas filtrados de 4 a 8, para  $N = 7$ . (c) Recuperado com só sismograma 5 de  $N = 15$ , (d) Sismograma S2 para  $N = 8$  usando a coluna central da matriz inversa para a ponderação dos operadores.